

Математическое моделирование процедур радиотомографической реконструкции параметров ионосферы с помощью группировки наноспутников для условий неполных исходных данных

О.В. Филонин^а, П.Н. Николаев^а

^а Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 443086, Московское шоссе, 34, Самара, Россия

Аннотация

Приведены результаты математического моделирования формирования исходных проекционных данных для задач радиотомографии ионосферы с помощью навигационных спутников GPS и группировок низкоорбитальных наноспутников. Показано, что для кольцевых носителей (шаровых слоёв), в условиях неполноты хордовых данных задачи реконструкции плотностей электронного содержания можно свести к задачам малоракурсной томографии и использовать быстродействующие свёрточные алгоритмы восстановления.

Ключевые слова: радиотомография; ионосфера; полное электронное содержание; наноспутники; навигационные спутники; алгоритмы свёртки

1. Введение

Одним из перспективных направлений применения малых космических аппаратов (МКА), в том числе и наноспутников (НС), является их использование для решения задач радиотомографии, лидар-томографии ионосферы, анализа состава космического излучения и т.д. Радиотомография ионосферы (РТИ) позволяет исследовать различные ионосферные структуры, а именно:

- провалы ионизации, в частности полное электронное содержание – ТЕС
- волновые и квазиволновые структуры,
- перемещающиеся ионосферные возмущения: (ПИВ), блобы (“blobs”), пятна (“patches”), пузыри (“bubbles”), “языки” ионизации,
- ионосферные “следы” корпускулярной ионизации и т.д.

Исследования структуры ионосферы важны как для теоретического понимания физики протекающих в ней процессов, так для многих практических задач, поскольку ионосфера как среда распространения радиоволн существенным образом влияет на работу различных систем навигации, локации и связи. Существующие радиолокационные средства и ионозонды позволяют проводить лишь локальную диагностику ионосферы. Создание достаточно плотной сети традиционных средств зондирования ионосферы [1] весьма сложно и дорого.

В то же время, существующие спутниковые группировки, такие как:

- низкоорбитальные (российская «Цикада», американская «Транзит»);
- высокоорбитальные (GPS/ГЛОНАСС) спутниковые навигационные системы;
- сеть наземных приёмников,

дают возможность проводить зондирование ионосферы по различным направлениям и применять томографические методы реконструкции параметров ионосферы.

Другими словами, методы РТИ позволяют восстанавливать пространственную структуру электронной концентрации ионосферной плазмы [1,3]. С начала 90-х годов действуют системы радиотомографии (РТ) на базе низкоорбитальных (НО) навигационных систем. В последние годы активно проводятся РТ исследования по данным высокоорбитальных (ВО) навигационных систем [4,5]. Для обозначения различных видов РТИ здесь используются термины «низкоорбитальная» РТ и «высокоорбитальная» РТ ионосферы (НОРТ и ВОРТ - соответственно).

Радиотомография ионосферы основана на использовании, например, двухчастотного метода, суть которого можно пояснить следующим образом. При движении спутника, наземными приёмными станциями, или другими спутниками, находящимися на той же орбите, ведутся непрерывные измерения фазовой задержки проходящих сквозь ионосферу сигналов на двух частотах f_1, f_2 . Исходными данными (хордовые данные в смысле Радона) являются соответствующие фазовые пути радиосигналов L_1, L_2 , измеренные в длинах зондирующих волн. Если частоты сигналов намного выше некоторой, так называемой плазменной частоты, то по этим данным можно определить интеграл от электронной концентрации вдоль траектории луча спутник-приёмник (так называемое полное электронное содержание – ТЕС):

$$\int_l N_e(\vec{r}) dl = \left(\frac{L_1}{f_1} - \frac{L_2}{f_2} \right) \frac{f_1^2 f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \frac{c}{K} + const$$

здесь: c - скорость света, $K = 40.308 \text{ м}^3 / \text{с}^2$.

Таким образом, возникает типичная задача томографического типа — определение функции нескольких аргументов по набору линейных интегралов от неё (вдоль лучей спутник-приёмник). Существенными особенностями этой задачи являются:

- во-первых, наличие неизвестной фазовой константы для каждого пучка лучей (поскольку для наблюдений доступно только изменение фазы на протяжении пролёта спутника в зоне видимости);
- во-вторых, неопределённость задачи, связанная с тем, что локальную область пространства пересекает лишь небольшое количество пучков лучей спутник-приёмник (а в случае ВОРТ могут существовать и области полного отсутствия данных, связанные с неравномерностью сети приёмных станций);
- в третьих, при формировании исходных хордовых данных с помощью, относительно высокоорбитальных группировок спутников, например, GPS, формирующих высокостабильные радиоимпульсы и низкоорбитальных группировок наноспутников — регистрирующих радиосигналы зондирования мы имеем дело с *малыми объёмами хордовых данных полученных в ограниченных углах конвергенции на кольцевом носителе*.

Первая проблема решается использованием фазоразностного подхода (в качестве исходных данных берутся не сами интегралы, а их разности по соседним лучам). Для решения второй можно применять итерационные алгоритмы, обеспечивающие сходимость к нормальному решению (для той или иной нормы), а также использовать специальные сетки [6].

Относительно третьей особенности следует заметить, что использование навигационных спутниковых группировок типа GPS/ГЛОНАС в сочетании с низкоорбитальными группировками наноспутников требует разработки принципиально новых методов формирования исходных проекционных данных и алгоритмов реконструкции пространственных искомым функциональных распределений — например, ТЭС. Это обусловлено тем, что объёмы, и возможности таких аппаратов позволяют лишь передавать цифровой код *выбранных хордовых данных* в центр управления полётами.

2. Анализ возможностей использования спутниковых группировок ГЛОНАСС, GPS в задачах радиотомографии ионосферы в сочетании с низкоорбитальными кластерами наноспутников

Методы и средства ВОРТ и НОРТ позволяют восстанавливать не только ионосферные неоднородности естественного происхождения, но и обнаруживать ионосферные возмущения, порождаемые антропогенными источниками. В частности, возмущения, вызванные стартами ракет, промышленными взрывами, мощным КВ излучением [5, 6]. Методы РТИ с использованием группировок GPS/ГЛОНАСС и низкоорбитальных (250 - 450) км кластеров НС позволяют также определять потоки плазмы, рассматривая последовательные во времени РТ-сечения ионосферы.

Входными данными для задач мониторинга ионосферы являются измерения фазы радиосигнала (фазового пути) при прохождении им пути от спутника до наземной станции приёмника на двух рабочих частотах. Для системы GPS эти частоты составляют $f_1 = 1575.42 \text{ МГц}$, $f_2 = 1227.60 \text{ МГц}$. Радиосигналы, непрерывно излучаемые спутниковыми навигационными системами, предоставляют широкие возможности для осуществления исследований ионосферной плазмы методами радиотомографии. При этом использование низкоорбитальных и высокоорбитальных систем приводит к двум существенно различающимся задачам. Классические методы НОРТ позволяют получать «мгновенные» двумерные сечения ионосферы с высоким разрешением (20 - 30) км. Современные системы ВОРТ дают четырёхмерные (пространственно-временные) распределения электронной плотности с меньшим разрешением (до 30 - 50) км, напрямую зависящим от плотности сети приёмных станций в регионе.

Следующим этапом развития РТИ является способ зондирования ионосферы с помощью сигналов излучаемых навигационными системами, при этом регистрация радиосигналов, прошедших некоторый слой ионосферы, осуществляется с помощью низкоорбитальных микро- и наноспутников — высота орбиты (220 - 270) км. Спутники в системе ГЛОНАСС движутся в трёх (рис. 1 а)) орбитальных плоскостях, сдвинутых друг относительно друга по долготе восходящего узла на 120° Наклонение плоскостей орбит к плоскости экватора $64.8^\circ \pm 0.3^\circ$. Орбиты близкие к круговым. Средняя высота орбит 19100 км. В каждой орбитальной плоскости равномерно располагается 8 спутников. Период обращения спутников составляет 11 часов 15 минут 44 ± 5 с.

Спутники в системе GPS движутся в шести орбитальных плоскостях (см. рис. 1 б)), сдвинутых друг относительно друга по долготе восходящего узла на 60° Наклонение плоскостей орбит к плоскости экватора 55° . Орбиты близкие к круговым. Средняя высота орбит 20189 км. В каждой орбитальной плоскости располагается 4 спутника. Период обращения спутников 11 часов 57 минут 59.2 с (половина звёздных суток).

На каждом спутнике установлены атомные часы, периодически синхронизируемые по командам с Земли. Часы каждого спутника синхронизируют излучение со спутника с помощью специального кодового сигнала. Перед излучением кодовые сигналы на спутниках модулируются сообщениями о траекториях движения спутников и параметрах моделей смещения шкал времени спутников относительно шкалы системы. Такие сообщения принято называть навигационными.

Структура сигналов, излучаемых разными спутниками, такова, что:

- приёмник имеет возможность разделять эти сигналы;
- оценивать их параметры;
- выделять навигационные сообщения независимо друг от друга.

Понятие траектории движения навигационного спутника, использованное выше, требует уточнения. Количественное описание и использование этого понятия всегда подразумевает представление траектории в виде некоторой математической модели, позволяющей вычислять координаты и составляющие вектора скорости КА в произвольный момент времени. Любая математическая модель траектории обладает рядом постоянных параметров, знание которых

делает возможным вычисление координат и скоростей КА относительно, например, гринвичской системы координат (рис. 1 в)).

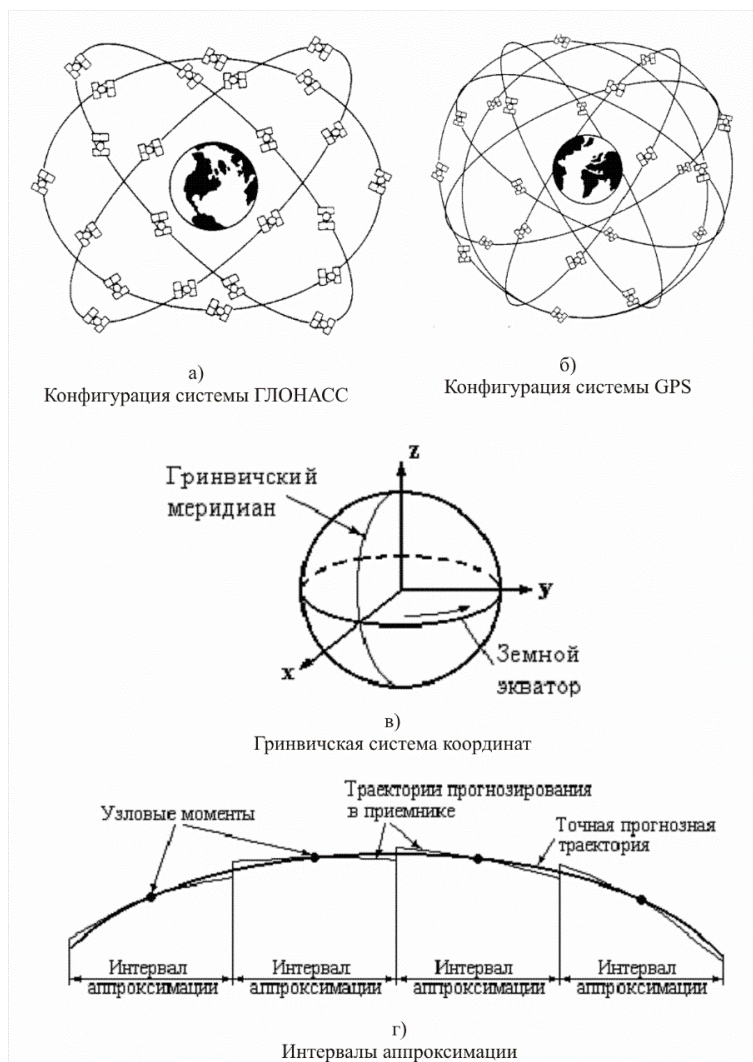


Рис. 1. Иллюстрация характеристик спутниковых группировок ГЛОНАСС, GPS.

Рассмотрим кратко классификацию моделей движения КА и соответствующих им параметров. На движение КА оказывают влияние большое число сил разной физической природы. К наиболее существенным силам можно отнести:

- силу гравитационного поля Земли;
- силу гравитационных полей Солнца, Луны и планет;
- силу давления солнечного света;
- для низкоорбитальных спутников необходимо учитывать влияние атмосферы.

Конечно, основной силой является сила, обусловленная гравитационным полем Земли. Но это поле нецентрально и является сложной функцией координат точек пространства. Поэтому эту функцию аппроксимируют с помощью ряда из сферических гармоник. Наиболее точные аппроксимации содержат до нескольких сотен гармоник. Самым общим способом точного описания движения КА является использование систем дифференциальных уравнений.

Чем большее число сил, действующих на КА в полете, учитывается при составлении этих дифференциальных уравнений, тем более точной является модель. Но одновременно с этим растёт и сложность модели, а вместе со сложностью растут требования к вычислительным ресурсам, необходимым для практического использования модели. В качестве сведений о траектории своего движения спутники навигационных систем передают параметры некоторой модели этого движения. Приёмник выделяет эти параметры и на их основе рассчитывает координаты и составляющие вектора скорости каждого спутника на нужный момент. Однако сколь бы точной ни была та или иная модель, она может описывать реальное движение КА с достаточной точностью лишь на ограниченном интервале времени. Желание увеличить длительность этого интервала приводит к усложнению модели. На практике длительность интервала времени, на котором модель описывает движение с достаточной точностью, и сложность модели всегда выбираются из компромиссных соображений. Так, например, в центрах управления системой с помощью очень сложной модели движение КА прогнозируется вперёд на сутки с точностью в несколько метров. Но использовать столь же сложную модель в навигационных приёмниках невозможно из-за ограниченности их вычислительных ресурсов. Поэтому рассчитанная, в центре управления, точная прогнозная траектория КА разрезается на интервалы аппроксимации длительностью порядка 1 часа. В центре этих интервалов располагают узловые моменты времени, на которые рассчитывают наборы параметров некоторой более простой модели движения, принимаемой как стандарт в системе. Эта более простая модель используется в приёмниках для вычисления координат спутников. Точная траектория,

интервалы аппроксимации, узловые моменты и траектории, восстанавливаемые в приёмнике на каждом интервале аппроксимации, показаны на рис. 1 г).

3. Особенности орбитального формирования низкоорбитального кластера CubeSat по отношению к спутниковым группировкам (ГЛОНАСС, GPS) для радиотомографического исследования ионосферы

Для решения задач радиотомографии ионосферы с помощью группировок навигационных спутников (ГЛОНАСС, GPS) и низкоорбитальных кластерных систем формата CubeSat очевидно необходимо так расположить НС на орбите, что бы были удовлетворены условия получения исходных проекционных данных в смысле обращения Радона. Понятно, что в этом смысле, местоположения навигационных спутников жёстко фиксировано, следовательно, формирование исходных проекционных данных возможно только с помощью конфигурации орбитальной группировки НС. Следует отметить, что РТ исследования планетарных атмосфер с помощью группировок МКА можно реализовывать несколькими путями:

- Путём размещения на низких и средних орбитах группировок автоматических МКА снабжённых приёмопередающими системами [7]. Зондирование при этом ведётся вдоль хордовых направлений в некотором кольцевом слое (задача 2D реконструкции) с помощью передатчиков и приёмников установленных на каждом МКА. Точность реконструкции, при такой организации РТ, зависит от стабильности частоты излучаемых передатчиками радиоволновых импульсов, точности в определении местоположения МКА на орбите, формы самой орбиты и т.д. Кроме того, импульсы, излучаемые каждым передатчиком МКА должны быть идентичными, т.к. это также определяет точность реконструкции искомым функциональных распределений. Понятно, что выполнить указанные условия, позволяющие получить приемлемую точность РТ реконструкции [8], возможно лишь в аппаратах сравнительно большой массы, так как на их борту необходимо разметить высокостабильные передатчики, высокоточные часы, чувствительные приёмники радиосигналов, микропроцессорные модули управления и предварительной обработки данных.

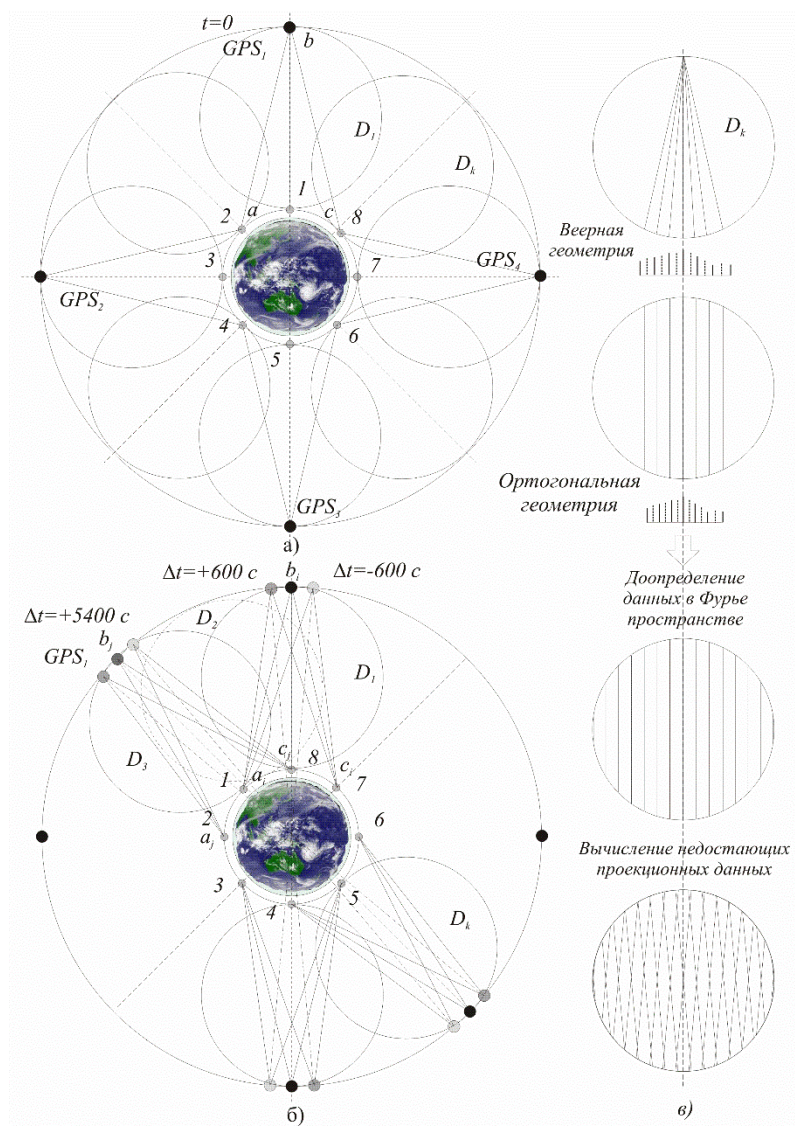


Рис.2. Пример орбитальной конфигурации систем GPS и низкоорбитального кластера НС для РТ исследования параметров ионосферы.

- В то время, используя радиосигналы высокого качества группировок навигационных спутников и группировки наноспутников возможно вполне удовлетворительное решение задач РТ ионосферы. При этом на борту каждого НС должны быть установлены двухчастотные приёмники радиосигналов, микропроцессорные модули управления и предварительной обработки исходных данных, а также передатчики одномерных массивов данных в центр управления.

На рис. 2 приведён пример организации орбитальной группировки, состоящей из 4-х аппаратов семейства GPS (средняя высота орбит 20189 км) и восьми наноспутников размещённых на низкой орбите (220 - 270) км. Плоскости орбит в данном случае совпадают – предполагается решение двумерной задачи РТИ. Напомним, что период обращения GPS – спутников составляет 11 часов 57 минут 59.2 секунд (половина звёздных суток), а период обращения НС (80 - 90) минут, для определённости выберем 90 минут. Очевидно, что в течение половины звёздных суток, каждый НС, находящийся на низкой орбите, сделает восемь оборотов. В настоящее время многие исследователи для решения задачи РТИ применяют алгебраический метод реконструкции искомым функциональных распределений, например, распределения электронной плотности (ПЭС) [2]. Действительно данный подход даёт возможность получить максимальное разрешение и точность в задачах РТИ, но в то же время требует колоссальных вычислительных затрат. Существенно снизить объёмы вычислительных процедур позволяют методы малоракурсной томографии, основанные на алгоритмах свёртки и Фурье – преобразований [9]. При этом точность реконструкции и разрешающая способность оказываются вполне удовлетворительными.

При движении навигационных спутников и НС по своим орбитам формируются проекционные данные, соответствующие определённому углу конвергенции – углу между проекциями. В частности, через интервал времени $\Delta t = 600$ с спутник займёт положение, показанное на рис. 2 а), следовательно, угол конвергенции составит $\Psi = 2 \cdot (\pm 5^\circ) = 10^\circ$. Вследствие орбитального движения аппаратов, в положении $\Psi = +5^\circ$ регистрировать хордовые данные будут НС под номерами 8, 7, 6. Отсюда возникает задача для микропроцессорного модуля обработки исходных данных – перераспределение хордовых значений интегралов на соответствующие зоны восстановления D_i . Сигналы от навигационных спутников регистрируют соответственно тройки НС под номерами 2, 3, 4, ..., 6, 7, 8 с учётом орбитального смещения НС. На рис. 2 б) показана геометрия формирования хордовых данных через интервал времени $\Delta t = +5400$ с.

Заметим, что, так как за период обращения системы навигационных спутников наноспутники совершают по восемь оборотов, то необходима тщательная перекомпоновка хордовых данных для каждой зоны реконструкции D_i . При этом количество этих круговых зон должно быть в полтора, два раза больше чем представлено на рис. 2 а).

На рис. 2 в) представлена идеология предварительной обработки исходных проекционных данных для реконструкции искомым функциональных распределений, например, ПЭС с помощью методов малоракурсной вычислительной томографии. Её суть сводится к следующим положениям:

- Осуществляется пересчёт проекционных данных из геометрии веерного пучка в ортогональную геометрию, но при этом круговая зона реконструкции D_i оказывается не полностью заполненной хордами данной проекции;
- На основе априорных данных, с помощью методов интерполяции в Фурье пространстве производится доопределение проекционных данных (по кольцевым гармоникам) [9] – до полного заполнения круговой зоны восстановления D_i ;
- С помощью передатчиков, установленных на каждом НС, осуществляется передача одномерных проекционных данных в ЦУП, соответствующих полученным и доопределённым данным для каждой проекции. Число реально полученных проекций недостаточно, для восстановления матрицы формата $n \times n$;
- С учётом априорных данных, используя свойства симметрии Фурье образов, с помощью вычислительных многопроцессорных комплексов ЦУПа производится доопределение недостающих проекций, так чтобы выполнялось условие [9]: количество проекций, по всем углам проецирования, должно быть примерно в 1,5 раза больше чем мерность восстанавливаемого формата $n \times n$ (в одном измерении - n);
- На заключительном этапе производится процедура свёртки каждой проекции с низкочастотным ядром и обратное проецирование – восстановление искомого функционального распределения для каждой круговой зоны D_i . Затем используя методы интерполяции, производится пересчёт искомым данных на кольцевую зону.

Таким образом, исходя из особенностей получения исходных проекционных данных для задач РТ ионосферы с помощью группировок навигационных спутников и кластеров НС, несложно определить условия которым должны удовлетворять аппаратные модули, устанавливаемые на каждый CubeSat:

- На каждом аппарате НС должны быть установлены высокочувствительные приёмники (для приёма сигналов с аппаратов GPS);
- Каждый НС должен содержать модули для определения его местоположения на орбите по данным GPS (см. выше);
- Вычислительные модули, устанавливаемые на каждом НС, должны обеспечивать требуемые скорости обработки исходных данных. Выполнять соответствующие процедуры пересчёта проекционных данных из веерной геометрии в ортогональную, доопределять количество хорд до заполнения каждого круга реконструкции D_i . Выполнение этих задач возможно лишь при использовании многопроцессорных вычислительных модулей оснащённых соответствующими объёмами оперативной памяти.

- Для передачи исходных одномерных проекционных массивов в ЦПУ требуются передатчики с широкой полосой пропускания. С точки зрения надёжности, каждый НС должен содержать по два таких передатчика, каждый из которых способен передавать данные, например, от каждой пары GPS.
- Для координации указанными модулями каждый НС должен содержать микропроцессорные модули управления.
- Каждый НС необходимо определённым образом сориентировать в пространстве и расположить на плоской круговой орбите на равных расстояниях друг от друга, для этого в каждом НС необходимо предусмотреть размещение малогабаритного трёхосного гироскопа и как минимум 4-х миниатюрных двигателей ориентации.

Понятно, что для того чтобы разместить перечисленные модули и вспомогательное оборудование на НС необходимо использовать формат 3D 7U CubeSat. Такой формат представляет собой сборку CubeSat в виде трёхмерного креста Макарова и содержит 7 модулей формата 1U CubeSat. Подобная конструкция позволяет установить на нём дополнительные самораскрывающиеся солнечные панели, самораскрывающиеся параболические рефлекторы антенн для приёмников сигналов GPS и передатчиков для связи с ЦУПом. Для повышения энергооборужённости, поверхность спутника 3D 7U CubeSat покрыта солнечными панелями. Вывод и запуск кластеров состоящих из таких НС осуществляется с помощью РН «Союз», в переходном отсеке которого располагают до 4-х систем транспортировки и вывода, каждая из которых содержит по 4 аппарата формата 3D 7U CubeSat.

4. Математическая модель радиотомографического анализа параметров ионосферы с помощью системы GPS и кластера наноспутников

Эффективность предлагаемых методов радиотомографии ионосферы с помощью навигационных систем типа GPS/ГЛОНАСС и низкоорбитальных кластеров НС зависит от множества факторов, таких как функция потенциала гравитационного поля в плоскости данной орбиты НС, кривизна траектории зондирующего радиолуча в зависимости от показателя преломления, функциональное изменение амплитуды, частоты, фазы этого луча и т.д. Учесть влияние такого рода факторов на адекватность процедур томографической реконструкции параметров ионосферы можно с помощью методов математического моделирования. В общем случае математическая модель радиотомографического анализа параметров ионосферы должна учитывать следующие факторы:

- Геометрия расположения низкоорбитальной группировки НС по отношению к системе навигационных спутников. Реальные орбиты спутников, далеки от круговых. Это объясняется неравномерностью распределения массы планеты относительно её геометрического центра. Поэтому в теории движения искусственных спутников принято считать, что спутник – материальная точка, движущаяся в потенциальном поле планеты, функция потенциала - потенциал притяжения или силовая функция тела K в точке $P(\xi, \eta, \zeta)$ в общем случае может быть определена с помощью известного выражения:

$$U = f \iiint_T \frac{\tilde{\rho} d\tau}{\Delta}, \quad (1)$$

где f - постоянная тяготения, $\Delta = \sqrt{(\xi - \xi')^2 + (\eta - \eta')^2 + (\zeta - \zeta')^2}$ - расстояние от точки $P(\xi, \eta, \zeta)$, определяющей местоположение данного спутника до некоторой текущей точки $P'(\xi', \eta', \zeta')$ на поверхности планеты; T - объем, занятый телом планеты K . Для Земли приняты различные формы записи потенциала притяжения, например, стандартная форма, утверждённая комиссией №7 МАС, имеет вид:

$$U = \frac{fM}{r} \left\{ 1 - \sum_{n=2}^{\infty} J_n \left(\frac{r_0}{r} \right)^n P_n(\sin \varphi) + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=1}^n P_{n,m}(\sin \varphi) [C_{n,m} \cos m\lambda + S_{n,m} \sin m\lambda] \right\}. \quad (2)$$

При численном моделировании используется наиболее общая форма записи:

$$U = \frac{fM}{r} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{r_0}{r} \right)^{n+1} P_{n,m}(\sin \varphi) [\bar{C}_{n,m} \cos m\lambda + \bar{S}_{n,m} \sin m\lambda] \right\}, \quad (3)$$

здесь:

$$P_{n,0} = P_n, \quad \bar{C}_{n,0} = \sqrt{\frac{(n-m)!}{2(n-m)!}} \frac{J_n}{\sqrt{2n+1}}, \quad \bar{S}_{n,0} = 0 \quad (4)$$

Заметим, что в современных стандартных представлениях геопотенциала коэффициенты J_n не выделяются. Далее, в рамках рассматриваемой модели, составляются дифференциальные уравнения движения частицы в инерциальной прямоугольной системе координат, связанной с центральным телом M вида: $\frac{d^2}{dt^2} \vec{x}(t) = -\frac{\partial}{\partial \vec{x}} + \vec{P}$,

при н.у. $\vec{x}_0 = \vec{x}(t)$, $\dot{\vec{x}} = \dot{\vec{x}}(t_0)$, где $U(r) = -(\mu/r) - R$. Отметим, что первое слагаемое здесь U - потенциал, обусловленный притяжением сферической планеты, рассматриваемой как материальная точка, а второе слагаемое представляет собой потенциал возмущающих сил; $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)^T$ - вектор положения спутника; t -

физическое время; r - модуль вектора положения; $\mu = k^2 M$, k^2 - универсальная гравитационная постоянная; $U=U(t, \vec{x})$, $\partial/\partial \vec{x}$ - градиент. В качестве возмущающей силы, например для Земли, имеющей потенциал в задачах динамики ИСЗ, рассматривается, как правило, влияние несферической составляющей гравитационного поля Земли. Все же остальные силы, включая влияние Луны и Солнца, положение которых задаётся либо таблично, либо в виде рядов, полученных вне задачи о движении ИСЗ, относятся к силам, не имеющим потенциала. Применение метода вариации произвольных постоянных к данным уравнениям позволяет записать уравнения движения ИСЗ в оскулирующих элементах. При численном прогнозировании, использование уравнений в оскулирующих элементах обладает тем преимуществом, что невозмущённая часть этих уравнений интегрируется без методических ошибок любым численным методом.

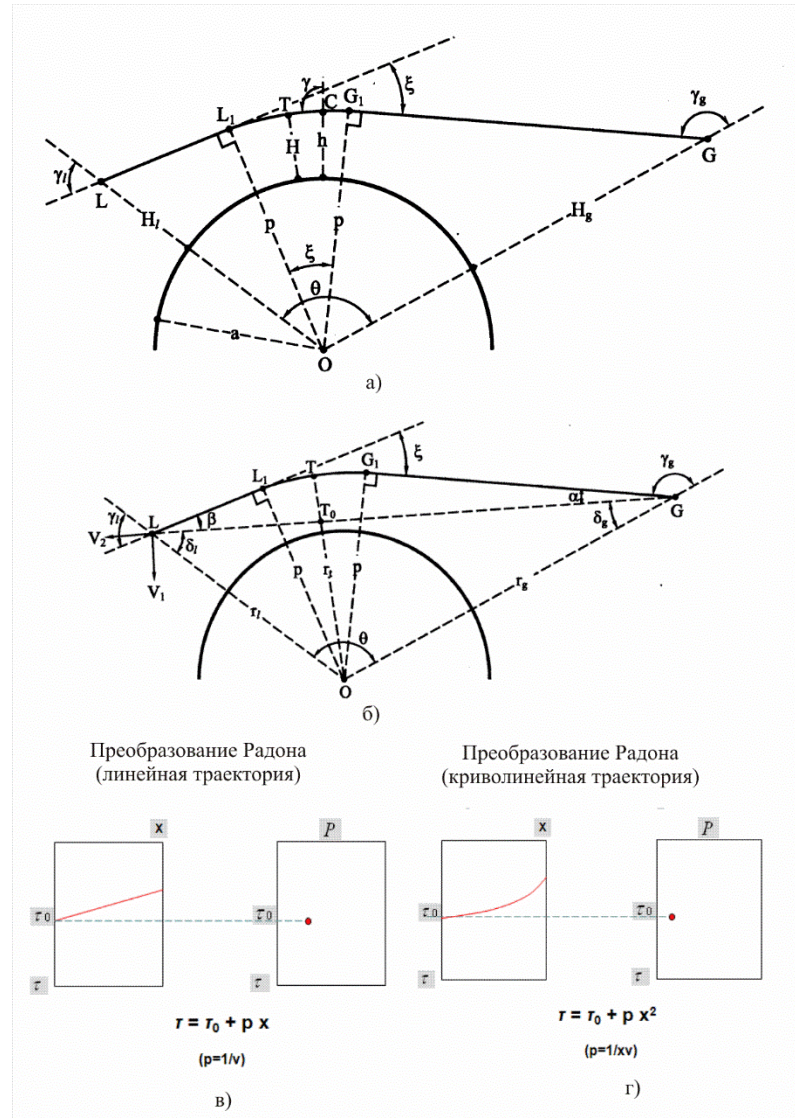


Рис. 3. Иллюстрации влияния показателя преломления ионосферы на параметры зондирующего радиолуча и радоновского образа от геометрии зондирования.

- В прямой и обратной задачах радиопросвечивания ионосферы необходимо определять изменения амплитуды, фазы (частоты), радиоволн на трассе спутник – спутник. Для этого должна быть задана зависимость коэффициента преломления от высоты $n(h)$. Эта задача была подробно исследована авторами [10]. Геометрия этой задачи приведена на рис. 3 а). В точках L , G на высотах H_L , H_g расположены спутники. Центр Земли обозначен точкой O , в общем случае, лучевая линия LTG в точке T проходит на минимальной высоте над земной поверхностью H . Лучевая линия на большей высоте, на участках LL_1 и GG_1 - прямая, а в области L_1G_1 из-за влияния сред отклонена на угол рефракции ξ . Считая, что ионосфера представляет локальную сферически симметричную среду можно пренебречь горизонтальными градиентами среды (вблизи точки T - линия L_1G_1) и считать, что коэффициент $n(r)$ зависит только от расстояния $OC=r=a+h$. Введём: h - высота произвольной точки, a - радиус Земли, θ - центральный угол, $g_g=a+H_g$, $r_l=a+H_L$, $r_l=a+H$ соответственно расстояния OG , OL от OT . Для сферически симметричной среды справедливы формулы [11]:

$$n(r)r \sin \gamma = \text{const}, \quad (5)$$

$$P\Delta S - const, \quad (6)$$

здесь γ - угол между \vec{r} и единичным вектором лучевой линии l_0 . Выражение (6) определяет плотность потока в сечении лучевой трубки ΔS , что даёт возможность вычислять изменения P за счёт рефракции. Так как коэффициент преломления мало отличается от единицы, то принято [11] использовать параметр $N = n - 1$, который зависит от давления P_a , температуры T и влажности w_a следующим образом:

$$N = \frac{77.6}{T} \left(P_a + \frac{481w_a}{T} \right) \cdot 10^{-6}. \quad (7)$$

В рамках данной модели высотный профиль приведённого коэффициента преломления можно аппроксимировать:

$$N(h) \approx N_0 \exp(-b_l h), \quad (8)$$

где:

$$b_l = 0.1 \cdot \ln \left(\frac{9.2 \cdot 10^{-5}}{N_0} \right). \quad (9)$$

Так как реальный профиль $N(h)$ отличается от (8), то можно использовать аппроксимацию в виде:

$$N(h) = N_0 \exp(-a_1 h^2 - b_1 h), \quad (10)$$

здесь $a_1, b_1 - const$ [12].

Приведённый коэффициент преломления плазмы, для высоких радиочастот:

$$N_p(h) = -\chi N_e f^{-2}, \quad \chi = 40.4 \text{ (SI)}. \quad (11)$$

Для верхней части ионосферы $N_e = N_m \exp[-b_2(h - h_m)]$, здесь N_m - электронная концентрация в главном ионосферном максимуме на высоте h_m . Ниже h_m можно воспользоваться приближением:

$$N_e(h) \approx N_m \left[1 - \left(\frac{h_m - h}{c_2} \right)^2 \right], \quad (12)$$

где c_2 - условная толщина нижней части ионосферы.

В работе [11] показано, что для лучевой линии в сферически симметричной среде справедливо соотношение:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{P}{(r^2 n^2(r) - p^2)^{1/2}} \quad (13)$$

откуда следует, что лучевая линия определяется высотным профилем $n(h)$ и параметром p .

Радиус кривизны луча в сферически симметричной среде:

$$R_0 = \frac{a + h}{\sin \gamma + (a + h) \frac{d\gamma}{dh} \cos \gamma}. \quad (14)$$

Угол рефракции:

$$\xi = 2 \int_H^\infty \left(\frac{d\gamma}{dh} + \frac{d\theta}{dh} \right) dh, \rightarrow \xi = -2 \int_H^\infty \frac{1}{n} \frac{dn}{dh} \operatorname{tg} \gamma dh. \quad (15)$$

Для модельных экспериментов целесообразно использовать приближение:

$$\xi = N_0 (2\pi b a)^{1/2} \exp(-bH) \quad (16)$$

Примечание: В атмосфере рефракция не зависит от длины волны, а в ионосфере угол ξ пропорционален квадрату длины волны. Вертикальный градиент электронной концентрации: $\frac{dn}{dh} = -\chi f^{-2} \frac{dN_e}{dh}$.

Рассмотренные выше выражения для коэффициента преломления, радиуса кривизны, угла рефракции и т.д. позволяют детально промоделировать лучевые линии по трассам спутник – спутник. Использовать в качестве проекционных данных интегральные значения интенсивности радиосигнала вдоль криволинейных лучевых линий, в том числе и для случаев, когда НС снабжённые приёмниками оказываются за горизонтом прямой видимости (затменные отсчёты см. рис. 3 в) и г))

- Рефракционное ослабление, изменения частоты и фазы зондирующих радиоволн дают возможность в рамках рассматриваемой модели радиотомографического зондирования ионосферы получать более точные данные о радоневских образах в формируемых проекционных данных. Это в свою очередь, при всех прочих равных условиях, позволяет с более высокой степенью точности осуществлять реконструкцию искомых функциональных распределений. Рассмотрим лучевую трубку в точке G (см. рис. 3 б)) с угловым размером $d\gamma_g$, в перпендикулярной плоскости её размер $d\chi$, и вычислим её размер в точке L . Из приведённой геометрии видно, что $LL_2 = r_1 d\theta$, линейный размер этой лучевой трубки в точке L равен $LL_3 = r_1 \cos \gamma_1 d\theta$, можно показать, что площадь поперечного сечения в точке L равна:

$$S_1 = r_1^2 \sin \theta \cos \gamma_1 d\theta d\chi. \quad (17)$$

При отсутствии рефракции лучевая трубка имела бы сечение в районе точки L :

$$S_o = L^2 \sin \gamma_g d\gamma_g d\chi \quad (18)$$

здесь $L = \sqrt{r_l^2 + r_g^2 - 2r_l r_g \cos \theta}$ - расстояние между точками L , G . Определим рефракционное ослабление как отношение мощностей плотностей потоков при наличии рефракции P_l и при её отсутствии P_0 :

$$X = \frac{P_l}{P_0} = \frac{S_0}{S_l} = \frac{L^2 \sin \gamma_g d\gamma_g}{r_l^2 \sin \theta \cos \gamma_l d\theta}. \quad (19)$$

Авторы [11] привели (19) к виду:

$$X = \frac{p(r_l^2 + r_g^2 - 2r_l r_g \cos \theta)}{r_l r_g \sin \theta \left[(r_l^2 - p^2)^{1/2} + (r_g^2 - p^2)^{1/2} - \frac{d\xi}{dp} (r_l^2 - p^2)^{1/2} (r_g^2 - p^2)^{1/2} \right]}. \quad (20)$$

В (20) учтено, что при радиозондировании $n_g = n_l = 1$. Для малых углов рефракции при высоких частотах зондирующего луча:

$$X = \frac{p(L_g + L_l)^2}{r_g r_l \sin \theta \left(L_g + L_l + L_g L_l \frac{d\xi}{dp} \right)}. \quad (21)$$

Из (21) следует, что для случая зондирования системой состоящей из высокоорбитальных - низкоорбитальных спутников $L_g \gg L_l$:

$$X \approx \frac{p}{r_l \sin \theta \left(1 + L_l \frac{d\xi}{dp} \right)}. \quad (22)$$

Для малых углов рефракции $p \approx r_l \sin \theta$, что имеет место для хордовых данных в центре веерного пучка зондирования выражение (22) можно записать в виде:

$$X \approx \left(1 - L_l \frac{d\xi}{dp} \right)^{-1}. \quad (23)$$

В экспоненциальном приближении $N(h)$ можно использовать соотношение:

$$X \approx \left[1 + bL_l (2\pi b a)^{1/2} N_0 \exp(-bH) \right]^{-1}. \quad (24)$$

Доплеровское изменение частоты в ионосфере Δf_s :

$$\Delta f_s = \lambda^{-1} (V_2 \cos \beta + V_1 \sin \beta), \quad (25)$$

где V_1 , V_2 - проекции скоростей спутников на линию луча в точке L . При отсутствии ионосферы изменение частоты за счёт движения спутников равно:

$$\Delta f_0 = \lambda^{-1} V_2. \quad (26)$$

Таким образом, изменение частоты только за счёт ионосферы:

$$\Delta f = \Delta f_s - \Delta f_0 = \lambda^{-1} [V_2 (\cos \beta - 1) + V_1 \sin \beta]. \quad (27)$$

То есть ионосферное изменение частоты зависит от угла β и компонентами скорости спутника V_1 , V_2 . Для малых углов рефракции и при $r_g \gg r_l$ можно использовать:

$$\Delta f \approx \lambda^{-1} V_1 \xi. \quad (28)$$

Для учёта изменения фазы зондирующего луча $\Delta \varphi = \varphi - \varphi_0$, где φ - фаза для искривлённой траектории, φ_0 - фаза для прямолинейного распространения луча, т.е. когда ионосфера отсутствует, в рамках данной модели использованы следующие соотношения:

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \int_G^L n dl = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\int_{r_l}^{r_g} \frac{n^2 r dr}{(n^2 r^2 - p^2)^{1/2}} + \int_{r_l}^{\eta} \frac{n^2 r dr}{(n^2 r^2 - p^2)^{1/2}} \right), \quad \varphi_0 = \frac{2\pi}{\lambda} \left[(r_g^2 - p_0^2)^{1/2} + (r_l^2 - p_0^2)^{1/2} \right], \quad (29)$$

здесь p_0 - минимальное расстояние от прямой GL до центра Земли. Важно отметить, что ионосферное значение $\Delta \varphi$ пропорционально длине волны, а рефракционное ослабление X , изменение частоты Δf и фазы $\Delta \varphi$ могут быть выражены через угол рефракции, поэтому зависимости $X(H)$, $\Delta f(H)$, $\Delta \varphi(H)$ взаимосвязаны. Приблизённо эта взаимосвязь, при условии, что V_l не зависит от времени, имеет вид [11]:

$$X = \left[1 - \left(\frac{L_q c}{f V_1^2} \right) \cdot \frac{d(\Delta f)}{dt} \right]^{-1},$$

$$X = \left[1 - \left(\frac{L_q c}{2\pi f V_1^2} \right) \cdot \frac{d^2(\Delta \varphi)}{dt^2} \right]^{-1}.$$
(30)

Примечание: При решении обратных задач мониторинга параметров ионосферы по экспериментально полученным зависимостям $\Delta\varphi(t)$, $\Delta f(t)$, $X(t)$ необходимо восстанавливать профили $N(t)$, $N_e(t)$, в таких случаях координаты спутников и их скорости должны быть известны.

- Наибольшую сложность при решении обратных задач мониторинга параметров ионосферы с помощью навигационных спутников – источников зондирующих сигналов и кластеров низкоорбитальных НС – регистрирующих зондирующие радиоимпульсы представляет задача реконструкции искомым функциональных распределений $N(\vec{r}, t)$, $N_e(\vec{r}, t)$ в зоне зондирования. Напомним, что зона зондирования для 2D задачи представляет собой кольцевой конечный носитель (носитель в виде шарового слоя для задач прямой 3D - реконструкции), определяемый диаметрами орбит навигационных спутников и кластером наноспутников. Для восстановления искомым функциональных распределений типа $N_e(\vec{r}, t)$ с помощью быстродействующих алгоритмов на основе преобразования Радона необходимо либо переформулировать теорему Радона для кольцевого носителя, либо заполнить кольцо реконструкции круговыми носителями D_i , так как это представлено на рис. 2. В первом случае придётся иметь дело с очень большими массивами данных и при этом конечное разрешение в реконструированном изображении окажется невысоким, порядка (200×200) км, что значительно ниже чем при использовании традиционных [1] методов радиотомографии. Второй вариант является, для данных методов более предпочтительным, несмотря на то, что возникает проблема в расчёте параметров зондирующего луча на границах каждой круговой зоны. Напомним, что обратное преобразование Радона для функции $N_e(\vec{r}, t)$, в данный момент времени t , можно записать в виде:

$$[R]^{-1} N_e(r, \varphi) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{r \cos(\theta - \varphi) - l} \frac{\partial N_e(l, \theta)}{\partial l} dl d\theta. \quad (31)$$

Представим действие оператора $[R]^{-1}$ в виде последовательности более простых операторов: $R^{-1} = B H_l D_l$. Интеграл в выражении (31) является несобственным, так как при $r \cos(\theta - \varphi) = l$ он расходится. Его можно вычислить, преобразовав в интеграл в смысле главного значения Коши, предварительно введя обозначение $r \cos(\theta - \varphi) = \tau$:

$$[H_l(N_{el})](l, \theta) = -\frac{1}{\pi} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \int_{-\infty}^{l-\varepsilon} \frac{N_e'(\tau, \theta)}{l - \tau} d\tau + \int_{l+\varepsilon}^{+\infty} \frac{N_e'(\tau, \theta)}{l - \tau} d\tau \right\} \quad (32)$$

Вычислить данный интеграл можно, если представить преобразование Гильберта в (32) в виде свёртки двух функций $N_e'(\tau, \theta)$ и функции $\chi(l) = -\frac{1}{\pi l}$, т. е. записать в виде соотношения:

$$[H_l(N_e')]_l(l, \theta) = [N_e' * \chi]_l(l, \theta) \quad (33)$$

Выполнить непосредственно операцию (33) выполнить невозможно, поэтому аппроксимируем функцию $\chi(l)$ некоторой функцией $\chi_A(l)$, так, чтобы выполнялось условие:

$$\lim[N_e' * \chi_A]_l(l, \theta) = [H_l N_{el}']_l(l, \theta) \quad (34)$$

Такой подход, определяемый соотношением (34), как известно [9] носит название метод регуляризации, а множество функций $\{\chi(l) / A > 0\}$ - называется семейством регуляризирующих функций. Как известно интеграл свёртки двух функций можно заменить перемножением их Фурье спектров в частотной области, т.е.:

$$[N_e' * \chi]_l(l, \theta) = F_{\omega}^{-1} [[F_l N_{el}'](\omega_l) \cdot [F_l \chi](\omega_l)] \quad (35)$$

здесь:

$$[F_l(N_e')]_l(\omega_l) = \int_{-\infty}^{+\infty} N_e'(l, \theta) e^{-i2\pi\omega_l l} dl, \quad [F_l \chi](\omega_l) = \int_{-\infty}^{+\infty} \chi(l) e^{-i2\pi\omega_l l} dl \quad (36)$$

Непосредственное вычисление (35) затруднительно, так как конечная функция $N_{el}(l, \theta)$ имеет бесконечный спектр. Простое «усечение спектра» здесь неприемлемо, так как приводит к появлению шумов за счёт явления Гиббса. В таких случаях принято поступать, с учётом (34), следующим образом:

$$\chi_A(l) = \int_{-\frac{A}{2}}^{\frac{A}{2}} [F \chi](\omega_l) \cdot W(\omega_l) e^{2\pi i \omega_l l} d\omega \quad (37)$$

Функция «окна» $W(\omega_l)$ должна удовлетворять следующим условиям:

$$W_{(\omega_l=0)} = 1; W_{(\omega_l)} = 0; |\omega_l| \geq \frac{A}{2} \lim_{A \rightarrow \infty} W_{(\omega_l)} = 1; W_{(\omega_l)} \quad 0 \leq \omega_l \leq \frac{A}{2}; \lim_{A \rightarrow \infty} \omega(l) = 0, \rightarrow \omega(l) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{A}{2}}^{\frac{A}{2}} W(\omega_l) e^{2\pi i \omega_l l} d\omega_l$$

Фурье спектр от функции $\chi(l)$ очевидно равен:

$$[F_l \chi](\omega_l) = -\frac{2}{\pi} \int_0^{+\infty} \frac{\sin 2\pi \omega_l l}{l} dl = -\text{sgn}(\omega_l).$$

с учётом $\omega(l) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{A}{2}}^{\frac{A}{2}} W(\omega_l) e^{2\pi i \omega_l l} d\omega_l$ Аппроксимирующую функцию $\chi_A(l)$ можно представить в виде:

$$\chi_A(l) = -2 \int_0^{\frac{A}{2}} W(\omega_l) \sin(2\pi \omega_l l) d\omega_l. \quad (38)$$

Если вычислить предел аппроксимирующей функции (38), т.е.:

$$\lim_{A \rightarrow \infty} \chi_A(l) = \lim \left\{ \frac{1}{\pi l} [W(\omega_l) \cos(2\pi \omega_l l) - \int_0^{\frac{A}{2}} W^1(\omega_l) \cos(2\pi \omega_l l) d\omega_l] \left(\frac{A}{2} \right) \right\} = -\frac{1}{\pi l}, \quad (39)$$

то становится очевидным, что условие (34) выполняется, т.е.:

$$[N_e' \ast \chi_A]_l(l, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} N_e'(\tau, \theta) \chi(l - \tau) d\tau. \quad (40)$$

Заметим, что искомая функция $N_e(\vec{r})$ определена в конечной области - сечении объекта, как говорят, задана на конечном носителе, следовательно, область её существования можно задать в виде круга, ограниченного окружностью радиуса R , т. е.: $x^2 + y^2 = R^2$; $\rho_{l,\theta} = 0$; $|l| \geq R$. С учётом этого проинтегрируем правую часть (40) по частям:

$$[N_e' \ast \chi_A]_l(l, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} N_{e\theta}(\tau) \chi'_A(l - \tau) d\tau, \quad (41)$$

вычислим теперь производную от функции χ_A под знаком интеграла в (41), то есть:

$$\chi'_A(l) = -4\pi \int_0^{\frac{A}{2}} \omega W(\omega_l) \cos(2\pi \omega_l l) d\omega_l. \quad (42)$$

Введём обозначения: $h(l) = \chi'_A(l)$, тогда можно записать:

$$\tilde{N}_e(l, \theta) = [N_e \ast h]_l(l, \theta). \quad (43)$$

Формула (43) в соответствии с выражением (33) представляет собой аппроксимацию преобразования Гильберта при условии $A \rightarrow \infty$. Воспользуемся оператором обратного проектирования, и запишем:

$$N_e(\vec{r}, \varphi) = [B(N_e)](\vec{r}, \varphi) = -\frac{1}{2\pi} \int_0^\pi N_e(r \cos(\theta - \varphi), \theta) d\theta \quad (44)$$

Таким образом, мы проиллюстрировали один из возможных путей аппроксимации обратного преобразования Радона, который сводится к двум процедурам: 1) Функция проекции сворачивается с функцией $h(l)$ определённой выражениями (43) и (44) соответственно. 2) Выполняется процедура обратного проецирования.

Примечание: Выбор соответствующего «окна» обычно осуществляется достаточно субъективно, по визуальной оценке качества восстановленного изображения. При этом обычно ищется некий компромисс между разрешающей способностью и уровнем шумов.

Для задач радиотомографии параметров ионосферы авторами разработаны низкочастотные «окна» для быстродействующих алгоритмов свёртки применительно к методам радиозондирования с помощью кластеров спутников, которые подробно описаны в работах [13, 14, 15].

Для исследования возможностей использования кластеров НС способных регистрировать импульсы зондирования от навигационных спутников GPS для решения томографических задач по реконструкции искомых функциональных распределений, например, ПЭС авторами был проведён полный цикл математического моделирования процедур томографической реконструкции с учётом рассмотренных выше факторов. Результаты представлены на рис. 4.

На рис. 4 а) приведена структурная схема программных модулей управления и предварительной обработки данных для микропроцессорных систем, устанавливаемых на НС. Вид низкочастотного ядра приведён на рис. 4 б), На рис. 4в), г) соответственно показаны сформированные проекции для круга D_i и результат свёртки

проекции с ядром. На рис. 4 д) приведена модельная функция, а на рис. 4 е) и ж) результаты реконструкции при использовании различных ядер.

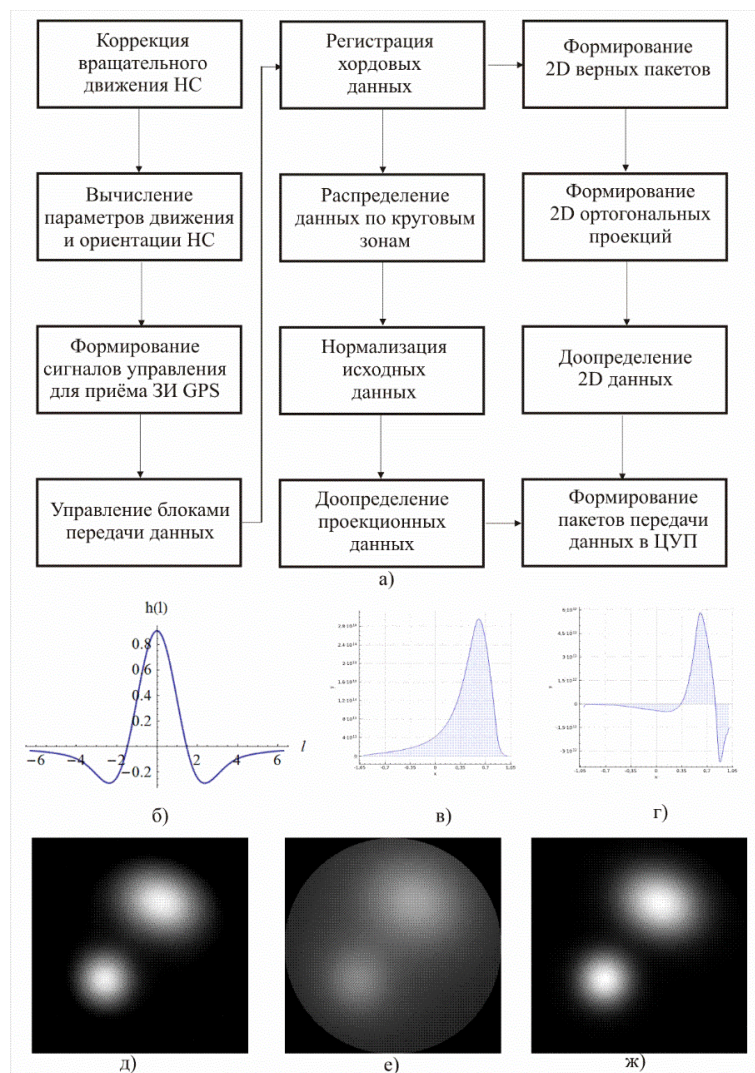


Рис. 4. Иллюстрации этапов математического моделирования процедур решения обратной задачи по реконструкции распределений $N_e(\vec{r})$ при использовании для радиозондирования систем GPS и кластера НС.

Закключение

Создание математической модели процедур радиотомографического исследования параметров ионосферы с помощью систем навигационных спутников типа GPS/ГЛОНАСС используемых как источники зондирующих сигналов и кластера НС, спутники которых оборудованы высокочувствительными, стабильными приёмниками показало, что данный подход является высокоэффективным методом исследования ионосферы. Предложенный авторами метод анализа состояния ионосферы, позволяет практически в реальном времени анализировать функциональные распределения, например, электронной плотности $N_e(\vec{r}, t)$. Данный метод относительно прост в реализации, методологическая погрешность в реконструкции при группировке НС из четырёх аппаратов составляет $(15 \div 20)\%$ и может быть уменьшена при увеличении числа НС в кластере.

Литература

- [1] Куницын, В.Е. Радиотомография ионосферы / В.Е. Куницын, Е.Д. Терещенко, Е.С. Андреева – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 336 с.
- [2] Андреева, Е.С., Галинов, А.В., Куницын, В.Е. и др. Томографическая реконструкция провала ионизации ионосферной плазмы // Письма в ЖЭТФ, 1990, Т.52, №3, С.783-785.
- [3] Bust, G.S., Mitchell, C.H. History, current state, and future directions of ionospheric imaging // Reviews of Geophysics, 2008, 46, RG1003, pp.1-23.
- [4] Nesterov, I.A., Kunitsyn, V.E. GNSS radio tomography of the ionosphere: the problem with essentially incomplete data // Adv. Space Res. 2011. V.47, P.1789-1803.
- [5] Куницын, В.Е., Нестеров, И.А., Падохин, А.М., Туманова, Ю.С. Радиотомография ионосферы на базе навигационных систем GPS/ГЛОНАСС // Радиотехника и электроника. 2011. Т. 56. № 11. С. 1285–1297.
- [6] Куницын, В.Е., Терещенко, Е.Д., Андреева, Е.С., Нестеров, И.А. Спутниковое радиозондирование и радиотомография ионосферы // Успехи физических наук. 2010. Т.180, №5, С. 548-553.

- [7] Филонин, О.В., Талызин, Ю.Б. Математическое моделирование процессов исследования планетарных атмосфер с помощью колоний малых спутников. Труды III Всероссийской научно-технической конференции «Актуальные проблемы ракетно-космической техники». Самара. 2013. С. 245-248.
- [8] Филонин, О.В. Обратные некорректные задачи в космических исследованиях, СНЦ РАН, Самара, 2014, С. 478.
- [9] Филонин, О.В. Малоракурсная реконструктивная томография в физическом эксперименте. Saarbrücken, Germany: Palmarium Academic Publishing, 2012. 606 с.
- [10] Калашников, И.Э., Матюгов, С.С., Яковлев, О.И. Влияние ионосферы на параметры сигнала при радиопросфичивании атмосферы Земли. // Радиотехника и электроника, 1986, Т. 31, № 1, С. 56.
- [11] Яковлев, О.И., Павельев, А.Г., Матюгов, С.С. Спутниковый мониторинг Земли: Радиозатменный мониторинг атмосферы и ионосферы - М.; Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010, -208 с.
- [12] Biliza, D. Internaional Reference Ionosphere // Radio Sience. 2001. V. 36. NO. 2.
- [13] Филонин, О.В., Николаев, П.Н. Мониторинг состояния ионосферы земли группировкой малых спутников // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение . 2016. Т. 15. №1.С. 132-138.
- [14] Phylonin, O.V., Belokonov, I.V., Nikolayev, P.N. Mathematical Modeling of Radio Tomographic Ionospheres Monitoring Via Satellite Constellation. Scientific and Technological Experiments on Automatic Space Vehicles and Small Satellites. // Procedia Engineering – 2015. – V.104, – P. 131-138.
- [15] Филонин, О.В., Белоконов, И.В. Исследование возможностей пространственной реконструкции параметров электронной компоненты ионосферы с использованием навигационных спутников // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2014. Т. 16, №4-1.С. 47-53